



### Problema I (10 puncte)

#### Debitul sanguin

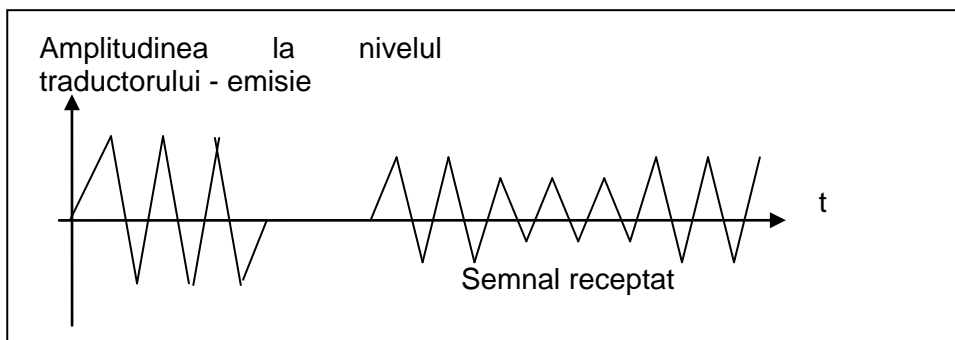
Ecografia este o metodă care redă imagini ale organelor corpului uman. Un traductor ceramic, transformă un semnal electric într-un semnal acustic ultrasonor. Ultrasunetele sunt emise în trenuri de undă succesive, de scurtă durată.

Traductorul poate de asemenea detecta ecoul undelor reflectate de diverse organe ale organismului uman. Această metodă permite în egală măsură să măsoare debitul sanguin prin efect Doppler.

Traductorul fix emite o undă acustică ultrasonoră, monocromatică, de frecvență  $\nu_0$  care se reflectă de un obiect mobil, care se deplasează cu viteza  $\vec{v}$ .

În timpul unei perioade a undei, distanța parcursă de obiect este mult inferioară față de distanța  $d$  dintre sursă și obiect, iar  $v \ll c$ , unde  $c$  este viteza sunetului în mediul parcurs.

- 1) Care este, în referențialul legat de obiect, intervalul de timp recepționat între două maxime succesive ale undei, în funcție de  $\nu_0, v$  și  $c$ , precum și de unghiul  $\alpha$  dintre fascicolul emis de sursă și viteza  $\vec{v}$  a obiectului?
- 2) Globulele roșii din aortă au o viteză de  $30\text{cm/s}$ . Utilizăm o undă cu frecvența  $\nu_0 = 3\text{MHz}$ . Aproximațiile în acest caz sunt legitime?
- 3) Considerăm că unda este reflectată fără schimbarea frecvenței, din referențialul obiectului mobil. Care este relația între  $\nu_0$  și  $\nu_r$  (frecvența undei reflectate), detectată de traductor?
- 4) Pentru detectarea unor anomalii, putem măsura debitul sanguin care traversează o arteră. Vom observa la ecografie, ca un fascicol focalizat la unghiul  $\alpha$  față de arteră, emis sub forma de impulsuri, dă în funcție de timp, un semnal reprezentat ca în schema de mai jos.



- a) Cum interpretați, pe de-o parte cele două semnale, unul de amplitudine mare, iar celalalt intermediar?
  - b) Sunt informații suficiente pentru a determina debitul sanguin?
- 5) În cazul aortei  $v = 30\text{cm/s}$  și vom considera  $\alpha = 10^\circ$ . Viteza de propagare a sunetului prin țesutul biologic este  $1500\text{m/s}$ . La ce variație relativă a frecvenței ne putem aștepta?

Subiect propus de prof. Ion TOMA - Colegiul Național „Mihai Viteazul”, București

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 4 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.

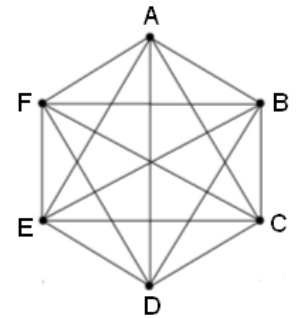


**Problema a II-a (10 puncte)**

**Simetrie în electricitate**

**A. Hexagon**

Cele șase vârfuri ale hexagonului din figură sunt legate între ele, fiecare cu fiecare, prin fire metalice având fiecare rezistența  $R = 1\Omega$ . Firele sunt izolate la exterior, astfel încât contacte electrice între fire nu există decât în vârfurile hexagonului care sunt noduri ale unei rețele electrice. Rețeaua astfel construită este alimentată între punctele  $A$  și  $D$  cu un curent electric având intensitatea  $i = 1A$ .



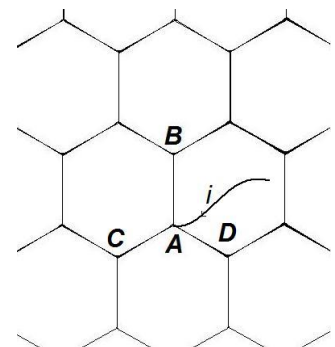
a. Presupune că ai schimba între ele pozițiile unor noduri (altele decât  $A$  și  $D$ ) de exemplu  $F$  cu  $E$ . Analizează situația (eventual redesenează schema electrică) și determină diferența de potențial  $U_{EF}$  dintre nodurile  $F$  și  $E$ .

b. Determină expresia rezistenței electrice echivalente  $R_{AD}$  a rețelei din figură, între nodurile  $A$  și  $D$ .

c. Calculează valoarea rezistenței electrice echivalente  $R_{AD}$ .

**B. Hexagoane**

Imaginează o rețea electrică alcătuită dintr-un număr infinit de hexagoane (ca în figura alăturată). Fiecare latură de hexagon este un fir metalic având rezistența electrică  $R = 2\Omega$ .



a. Consideră că în rețeaua electrică, se injectează prin nodul  $A$  un curent electric având intensitatea  $i = 1A$ . Determină intensitățile curenților care circulă prin laturile  $AC$ ,  $AB$  și respectiv  $AD$ . Realizează un desen care să evidențieze sensurile acestor curenți.

b. Determină expresia rezistenței electrice echivalente  $R_{AB}$  între nodurile  $A$  și  $B$ , ale rețelei electrice infinite din figură.

c. Calculează valoarea rezistenței electrice echivalente  $R_{AB}$ .

**C. Puteri electrice**

Sursa  $S$  cu tensiunea electromotoare  $E = 12V$  debitează în circuitul exterior puteri electrice egale atunci când este legată între nodurile  $A$  și  $D$  ale hexagonului sau între nodurile  $A$  și  $B$  ale rețelei electrice infinite.

a. Determină valoarea puterii maxime pe care sursa  $S$  o poate debita într-un circuit exterior.

© Subiect propus de:

Conf. univ. Dr. Adrian DAFINEI - Facultatea de Fizică, Universitatea București

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 4 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.



**Problema a III-a (10 puncte)**

**Oscilații în acvariu**

**Sarcina de lucru nr. 1**

Un acvariu expus într-o vitrină este un vas paralelipipedic înalt și îngust, cu lățimea  $\ell = 5\text{ cm}$ , având fețele mari de formă pătrată cu suprafața  $L^2 = 1\text{ m}^2$ . Vasul este umplut cu apă cu densitatea  $\rho = 1000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  până la înălțimea  $h = 0,9\text{ m}$ . Apa din acvariu se poate legăna astfel încât suprafața plană a apei, un dreptunghi foarte îngust, se înclină rotindu-se față de un ax paralel cu laturile scurte ale acvariului și plasat la jumătate din lungimea acestuia, la înălțimea  $h$ . În acest mod de oscilație, gravitațional, apa se ridică și apoi coboară la capetele înguste ale acvariului pe distanța  $d_{\max} = 9\text{ mm}$  față de suprafața orizontală a apei liniștite. Consideră cunoscută valoarea  $g = 10\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  a accelerației gravitaționale.

a. În sistemul de coordonate cu originea în colțul din stânga jos al unei fețe pătrate a acvariului, având axa  $Ox$  orizontală și axa  $Oy$  verticală, determină coordonatele  $x$  și  $y$  ale centrului de masă al apei din vas, atunci când suprafața plană a apei se ridică alternativ la capetele înguste ale acvariului pe distanța  $d \leq d_{\max}$ . Exprimă rezultatul în funcție de datele geometrice  $L, \ell, h$  și  $d$ .

b. Determină expresia vitezei  $\vec{V}_{CM}$  de deplasare a centrului de masă al apei din vas, ca funcție de datele geometrice ale problemei și de variația în timp a înălțimii  $d$  a apei, la capătul îngust al acvariului, notată prin  $\dot{d} = dd/dt$

c. Presupunând că energia cinetică a apei din vas este dată de deplasarea centrului de masă al lichidului cu viteza  $\vec{V}_{CM}$ , scrie expresia acestei energii cinetice ca funcție de  $L, \ell, h, \rho, \dot{d}$ .

d. Presupunând că energia potențială a apei din acvariu este definită ca diferența dintre energia potențială gravifică a apei din acvariu, atunci când aceasta are suprafața înclinată și aceeași energie, atunci când suprafața apei este orizontală, scrie expresia energiei potențiale a apei din acvariu, ca funcție de  $L, \ell, h, \rho, d, g$ .

e. Considerând că mișcarea apei din vas este echivalentă cu mișcarea unui oscilator armonic cu elongația  $d$  și cu viteza  $\dot{d}$ , determină expresia și valoarea numerică pentru perioada oscilatorului armonic echivalent.

**Sarcina de lucru nr. 2**

Iluminarea acvariului se face cu o lampă de formă paralelipipedică cu dimensiunile  $a \times b \times c$ ,  $a = 1,1\text{ m}$ ;  $b = 4,6\text{ cm}$ ;  $c = 10\text{ cm}$ . Lampa are masa  $m_l = 4\text{ kg}$  și este suspendată la echilibru în poziție verticală, în mijlocul acvariului, la distanțe egale de pereții laterali ai acestuia,  $((\ell - b)/2 = 2\text{ mm})$  și la distanța  $e = 10\text{ cm}$  de fundul acvariului cu ajutorul unui fir elastic cu lungimea nedeformată  $d_{l0} = 2\text{ m}$  care are constanta elastică  $k = 32\text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$ . Apa din acvariu are înălțimea  $h = 0,9\text{ m}$ .

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 4 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.



a. Determină expresia pentru lungimea deformată  $d_1$  a firului elastic care susține lampa aflată în acvariu, în poziția de echilibru. Calculează valoarea lungimii  $d_1$  a firului elastic.

Consideră cunoscut că atunci când straturile de lichid alunecă unele față de altele între ele apare o forță de frecare internă. Pentru straturi de lichid plane, cu suprafața  $S$ , această forță  $F_v$  este proporțională cu variația  $\Delta v$  a vitezei pe direcția perpendiculară pe direcția de deplasare ( $Oz$ ),  $F_v = \eta \cdot S \cdot (\Delta v / \Delta z)$ . În expresie,  $\eta$  reprezintă coeficientul de viscozitate al apei.

Lampa execută mici oscilații pe verticală astfel încât fețele sale rămân paralele cu fețele acvariului la distanțele specificate pentru poziția de echilibru.

b. Scrie expresia forței de frânare a mișcării oscilatorii a lămpii determinată de frecarea dintre straturile de lichid. Consideră că forța de frecare datorată lichidului acționează numai asupra fețelor mari ale lămpii.

c. Dacă la un moment inițial capătul inferior al lămpii se află la distanța  $g = 1\text{mm}$  de poziția de echilibru și are viteza nulă, scrie ecuația care descrie evoluția ulterioară în funcție de timp a capătului inferior al lămpii. Neglijază variația în cursul oscilației a volumului scufundat al lămpii precum și a suprafeței scufundate a acesteia.

© Subiect propus de:

Conf. univ. Dr. Adrian DAFINEI - Facultatea de Fizică, Universitatea București

1. Fiecare dintre subiectele 1, 2, respectiv 3 se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele a, b, respectiv c.
3. Durata probei este de 4 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.