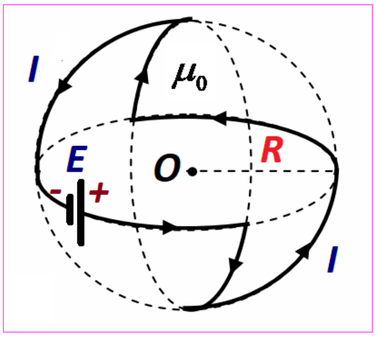
Subiectul I. *Electromagnetismul ... și geometria sferică* (10 puncte)

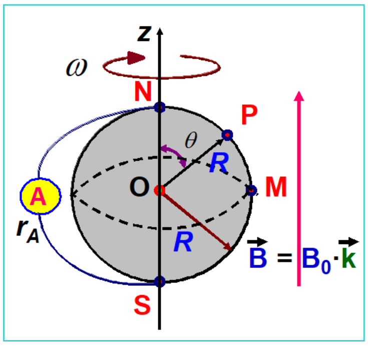
I A. – *Inducția magnetică ... în centrul unei "sfere" ...* (3 puncte)

Dintr-un fir conductor se confecționează un contur sferic de forma indicată în figura alăturată, în care avem 6 arce de cerc identice, fiecare având raza egală cu R, unghiurile la centrul sferei ale acestor arce de cerc fiind de 90°. Acest conductor de forma indicată este parcurs de un curent electric continuu având intensitatea egală cu *I*, datorat bateriei electrice. Calculați modulul vectorului inducție magnetică în centrul ***O*** al sferei de rază R produsă de acest curent de intensitate I, care parcurge conductorul pliat pe sferă. Se cunosc mărimile fizice *R, I* și permeabilitatea magnetică μ_0 a vidului, mediul în care se află conductorul respectiv.



I B. ... *Sferă rotitoare în câmp magnetic* (7 puncte)

O sferă conductoare subțire, cu rezistivitate *nulă*, de rază R se rotește cu viteză unghiulară *constantă* ω în jurul diametrului aflat pe axa Oz. Sfera este plasată într-un câmp magnetic uniform de inducție magnetică $\vec{B} = B_0 \cdot \vec{k}$, unde $\vec{k}$ este versorul axei Oz, iar $B_0 = \left|\vec{B}\right|$. Pe suprafața exterioară a sferei considerăm patru puncte **N**, **S**, **M** și **P** așa cum se arată în figura alăturată (mai precis **S** și **N** sunt *polii* sferei, **M** un punct oarecare de pe *ecuatorul* sferei conductoare, iar ***P*** un punct oarecare de latitudine $\pi/2-\theta$ (unghiul θ este unghiul făcut de razele **OP** și **ON**, in figură). Un ampermetru (real) cu rezistența internă r_A poate fi conectat prin intermediul a două perii conductoare la oricare două puncte de pe suprafața sferei.



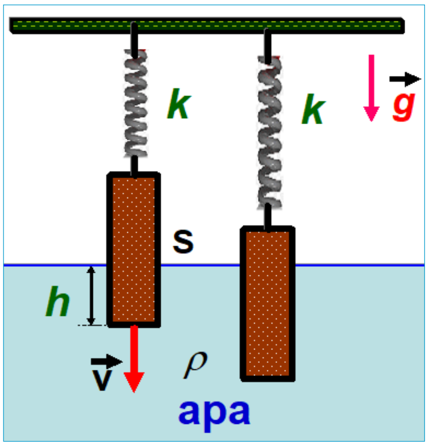
1. **(4p)** Demonstrați că tensiunea electromotoare (t.e.m.) infinitezimală δe, indusă într-un conductor de lungime foarte mică δl, are expresia: $\delta e = \delta\vec{l} \cdot \left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$, unde $\delta\vec{l}$ este vectorul de mărime δl cu sensul dat de sensul convențional al curentului *indus* care trece prin δl, $\vec{v}$ este viteza conductorului, iar $\vec{B}$ este inducția câmpului magnetic uniform în care se deplasează δl. Explicați apariția t.e.m. între 2 puncte colectoare aflate pe suprafața sferei.
2. **(2p)** Pentru a obține t.e.m. indusă e_{NP} între capetele **N** și **P** ale unui conductor, contribuţiile foarte mici δe definite la punctul **1**. se însumează pe porţiunea de conductor respectivă, iar rezultatul este $e_{NP} = \omega B_0 R^2 (1-\cos 2\theta)/4$. Considerând această expresie, găsiți care este indicația ampermetrului dacă acesta este conectat:
   a) (1p) între punctele **N** și **M**;
   b) (1p) între punctele **N** și **S**.
3. **(1p)** Identificați un alt fenomen care duce la apariția t.e.m. între 2 puncte colectoare aflate pe suprafața sferei aflată în rotație chiar și în absenta câmpului magnetic.

Indicație: Se poate utiliza proprietatea vectorială $\left(\vec{a} \times \vec{b}\right) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \left(\vec{b} \times \vec{c}\right)$.

Subiectul II. *Oscilații diverse ...* *(10 puncte)*

II A. – *Cilindru oscilant ...* *(4 puncte)*

Un corp cilindric cu masa m şi aria secțiunii transversale S, suspendat de un resort elastic cu constanta elastică k şi introdus parțial în apă pe o porţiune de lungime h, se află în echilibru, așa cum se sugerează în desenul alăturat. Se consideră apa ca fiind un fluid ideal (fără vâscozitate) şi valorile numerice: $m = 20\ \text{g}$, $k = 1\ \text{N/m}$, $S = 1\ \text{cm}^2$, accelerația gravitațională $g = 10\ \text{m/s}^2$, densitatea apei $\rho = 1000\ \text{kg/m}^3$.



a) **(1p)** Calculează lungimea porţiunii h din cilindru scufundat în apă în poziţia de echilibru, în acest caz alungirea resortului elastic fiind $y_0 = 10\ \text{cm}$.

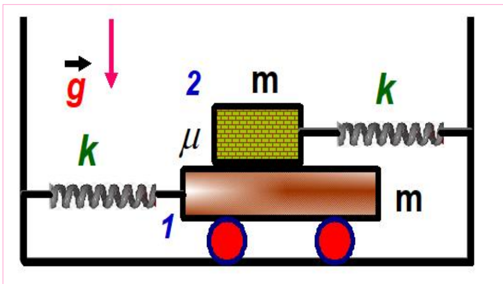
b) **(2p)** Se imprimă cilindrului un impuls pe verticală, în jos, acesta părăsind poziţia de echilibru cu viteza $v = 0{,}5\ \text{m/s}$. Calculează amplitudinea mişcării.

c) **(1p)** Considerând că oscilaţia rezultată este liniar armonică, calculează pulsaţia mişcării şi viteza corpului după un interval de timp $t = \pi / 10\ \text{s}$, cronometrat din momentul aplicării impulsului.

Indicație: Forţa arhimedică este forţa cu care un corp scufundat într-un fluid este împins de către fluid pe verticală, de jos în sus. Această forţă este egală cu greutatea volumului de fluid dezlocuit de către corp.

II B. – *Moduri de oscilație ...* *(6 puncte)*

Două corpuri cu mase egale m sunt fixate fiecare cu un resort de constantă de elasticitate k de suporturi opuse și fixe, ca în desenul alăturat. Ambele resorturi au alungirile în limita legii Hooke. Corpul **1** se deplasează *fără frecare* pe planul orizontal, iar între cele două corpuri există o forța de frecare proporțională cu viteza lor *relativă* $\vec{v}$, de forma $-bm\vec{v}$, cu b o constantă pozitivă.



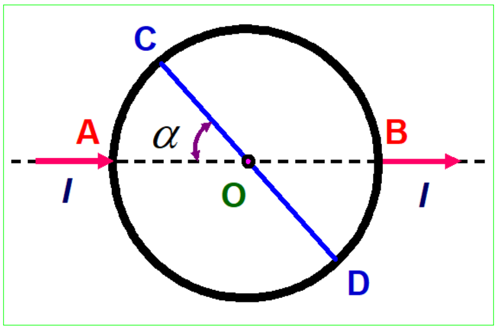
a) **(1p)** Considerând că cele două corpuri sunt permanent în contact, scrieți ecuațiile lor de mișcare în funcție de deformaţiile $x_1(t), x_2(t)$ ale resorturilor, față de pozițiile lor de echilibru (în care resorturile sunt nedeformate); t este notația pentru variabila timp.

b) **(2p)** Găsiți frecvenţele cu care pot oscila corpurile în funcție de m, k și b pentru cazul în care pulsaţia $\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - b^2}$, cu $\omega_0^2 = k/m$, este un număr real pozitiv (cazul oscilațiilor slab amortizate). Se cunoaște că legea de mișcare a oscilatorului liniar armonic amortizat introdus are expresia $x(t) = Ae^{-bt}\cos(\omega' t + \alpha)$, unde A și α sunt numere reale care se pot determina din condițiile inițiale: $x(0) = x_0$ și $v(0) = v_0$.

c) **(3p)** Precizați condițiile în care ambele corpuri oscilează cu aceeași frecvență și scrieți legile de mișcare $x_1(t), x_2(t)$ ale celor două corpuri în aceste cazuri.

Subiectul III. ***Curent alternativ sinusoidal ...*** ***(10 puncte)***

Un circuit de curent alternativ sinusoidal este format dintr-o spiră (vezi figura alăturată) de rază R și un conductor ideal CD aflat în permanență în contact cu spira și care trece prin centrul spirei. Unitatea de lungime a spirei este caracterizată de rezistența r_0 și inductanța L_0. Tensiunea aplicată la bornele AB are valoarea efectivă U și frecvența ν. Aplicație numerică: $R = 1\ \text{m}$, $r_0 = 1\ \Omega/\text{m}$, $L_0 = 10^{-2}/\pi\ \text{H/m}$, valoarea efectivă a tensiunii U=10 V, ν=50 Hz, $\alpha = \pi/4$.



a) **(3p)** Reprezentați schema echivalentă a circuitului, determinați expresiile impedanțelor din circuit și calculați valorile lor numerice;

b) **(4p)** Determinați impedanța echivalentă Z a circuitului și defazajul φ tensiune-curent prin sursă. Calculați valorile numerice ale mărimilor Z și φ;

c) **(3p)** Determinați puterea instantanee p considerând tensiunea aplicată de forma $u = \sqrt{2}U\cos\omega t$, unde ω este pulsația. Calculați valoarea numerică a puterii instantanee la momentul $t = 10^{-2}\ \text{s}$.

Subiecte propuse de:
prof. dr. Luciu ALEXANDRESCU, *Centrul Județean de Excelență, Brașov*;
prof. Dumitru ANTONIE, *Colegiul Tehnic nr.2 din Târgu – Jiu*;
prof. Florin MORARU,*Colegiul Național „Nicolae Bălcescu” din Brăila*;
Coordonator: Conf. univ. dr. Tiberius O. CHECHE, *Facultatea de Fizică, Universitatea din București.*