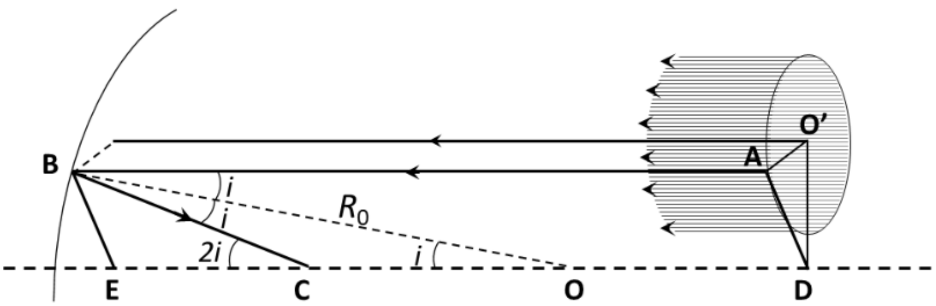
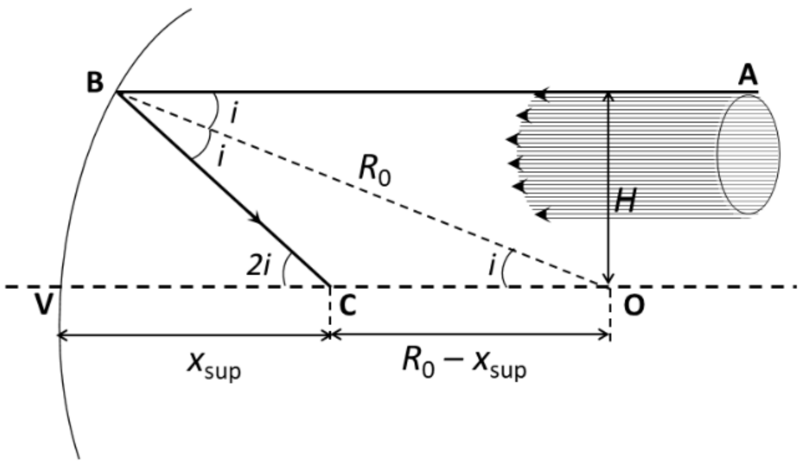
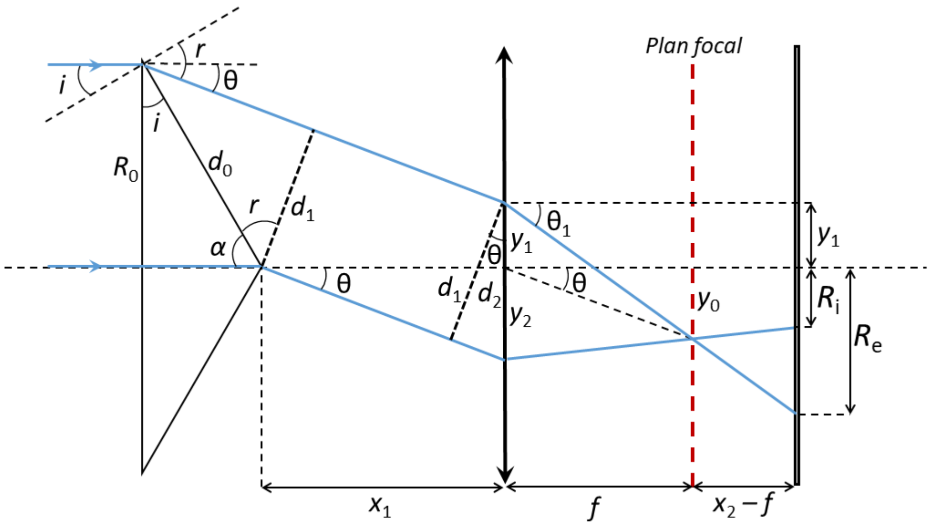
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

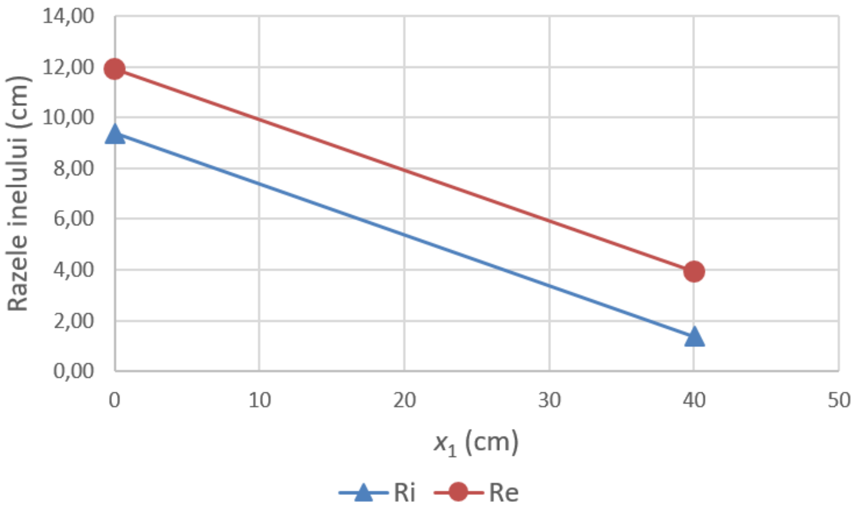
Subiectul I

		Parțial	Punctaj
A a.	Pata de lumină obținută pe ecranul orizontal este un segment orizontal, orientat pe direcția axei de simetrie a semisferei.	0,3p	1p
	Exemplu de răspuns:  Se alege o rază oarecare AB a fasciculului incident. Raza AB și axa de simetrie a semisferei determină planul ABED. Conform primei legi a reflexiei, raza incidentă (AB), raza reflectată (BC) și normala (BO) sunt conținute în planul ABED, deci raza reflectată atinge axa de simetrie a semisferei în punctul C. Toate razele fasciculului incident se reflectă pe direcții care ating axa de simetrie, determinând un segment de dreaptă luminos.	0,7p	
A b.	*Exemplu de răspuns:* Pentru raza superioară a fasciculului incident: 		2p

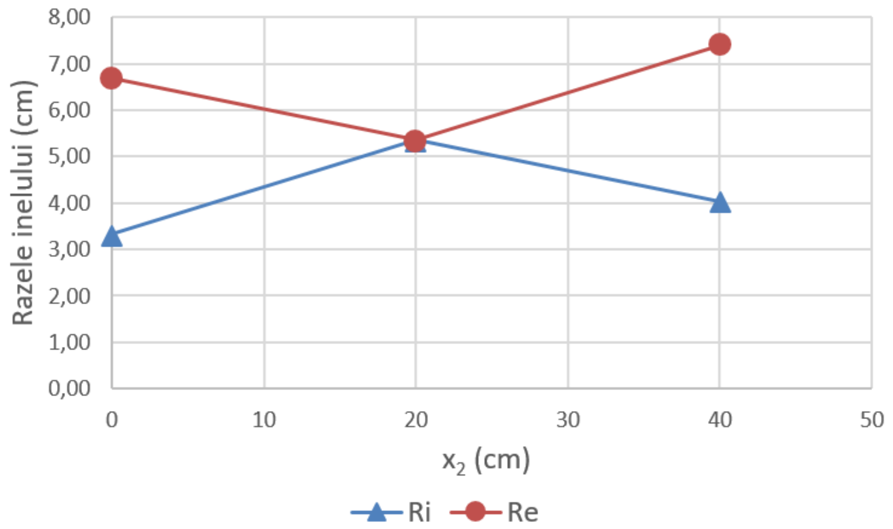
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

	$\sin i = \frac{H}{R_0}$	0,3p	
	Teorema sinusului în triunghiul OBC: $\frac{\sin i}{R_0 - x_{sup}} = \frac{\sin(\pi - 2i)}{R_0}$	0,3p	
	$x_{sup} = R_0\left(1 - \frac{R_0}{2\sqrt{R_0^2 - H^2}}\right) \quad \Rightarrow \quad x_{sup} \cong 54\,\text{cm}$	0,5p	
	Analog, pentru raza inferioară a fasciculului incident: $x_{inf} = R_0\left(1 - \frac{R_0}{2\sqrt{R_0^2 - h^2}}\right) \quad \Rightarrow \quad x_{inf} \cong 59\,\text{cm}$	0,5p	
	Dimensiunea maximă a petei de lumină: $\Delta x = x_{inf} - x_{sup} \quad \Rightarrow \quad \Delta x \cong 5\,\text{cm}$	0,4p	
A c.	Toate razele fasciculului incident vor avea o singură reflexie pe suprafața semisferei dacă raza reflectată BC atinge axa de simetrie în punctul V (vezi figura de la A.b):	0,3p	**1p**
	$x_{sup} = R_0\left(1 - \frac{R_0}{2\sqrt{R_0^2 - H_{max}^2}}\right)$ $x_{sup} = 0$	0,3p	
	$H_{max} = \frac{\sqrt{3}}{2}R_0 \quad \Rightarrow \quad H_{max} \cong 104\,\text{cm}$	0,4p	
B a.	*Exemplu de răspuns:* Determinarea razelor inelului luminos, R_i, R_e, pentru un set de valori ale distanțelor (x_1, x_2): 		**5p**

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

	Unghiul de incidență: $i = 90^{o} - \alpha$ $i = 30^{o}$	0,2p	
	Legea refracției la ieșirea din con: $\sin r = n \cdot \sin i \quad \Rightarrow \quad r = 45^{o}$	0,3p	
	Unghiul de deviație: $\theta = r - i$ $\theta = 15^{o}$	0,5p	
	Lățimea fasciculului emergent: $d_1 = d_0 \cos r \quad \Leftrightarrow \quad d_1 = \dfrac{R_0 \cos r}{\sin \alpha}$	0,5p	
	Lățimea fasciculului incident pe lentilă: $d_2 = \dfrac{d_1}{\cos \theta} \quad \Leftrightarrow \quad d_2 = \dfrac{R_0 \cos r}{\sin \alpha \cdot \cos \theta} \quad \Rightarrow \quad d_2 = 3{,}38\,\mathrm{cm}$	0,4p	
	$y_0 = f \cdot \mathrm{tg}\theta$ $y_2 = x_1 \cdot \mathrm{tg}\theta$ $y_1 = d_2 - x_1 \cdot \mathrm{tg}\theta$	0,6p	
	Din $\mathrm{tg}\theta_1 = \dfrac{y_1 + R_e}{x_2} = \dfrac{y_1 + y_0}{f} \quad \Rightarrow$ Raza exterioară a inelului: $R_e = \left(x_1 + x_2 - \dfrac{x_1 \cdot x_2}{f} \right) \mathrm{tg}\theta + \left(\dfrac{x_2}{f} - 1 \right) d_2$	1p	
	Din asemănarea triunghiurilor formate de razele dintre lentilă și ecran: $\dfrac{R_e - R_i}{d_2} = \dfrac{x_2 - f}{f} \quad \Rightarrow$ Raza interioară a inelului: $R_i = \left(x_1 + x_2 - \dfrac{x_1 \cdot x_2}{f} \right) \mathrm{tg}\theta$	1p	
	Pentru $x_2 = 35\,\mathrm{cm}$ se reprezintă grafic razele inelului în funcție de x_1: 	0,5p	

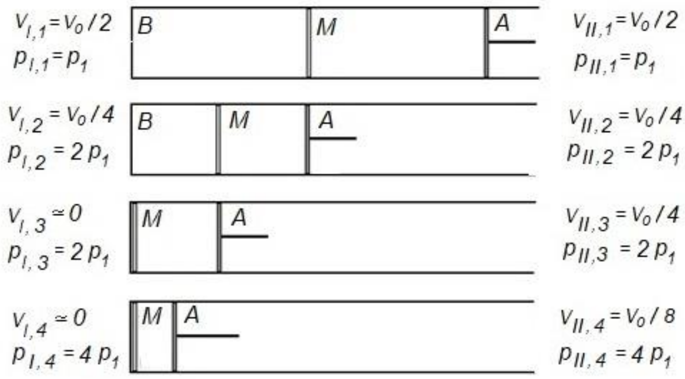
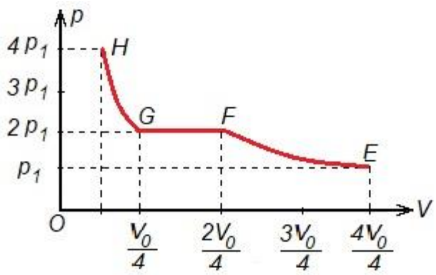
BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

B b.	Pentru $x_1 = 25\text{cm}$ se reprezintă grafic razele inelului în funcție de x_2: • Pentru $x_2 \in [0, f]$: $\begin{cases} R_i = \left(x_1 + x_2 - \dfrac{x_1 \cdot x_2}{f}\right)\text{tg}\theta + \left(\dfrac{x_2}{f} - 1\right)d_2 \\ R_e = \left(x_1 + x_2 - \dfrac{x_1 \cdot x_2}{f}\right)\text{tg}\theta \end{cases}$ • Pentru $x_2 \in [f, 2f]$: $\begin{cases} R_i = \left(x_1 + x_2 - \dfrac{x_1 \cdot x_2}{f}\right)\text{tg}\theta \\ R_e = \left(x_1 + x_2 - \dfrac{x_1 \cdot x_2}{f}\right)\text{tg}\theta + \left(\dfrac{x_2}{f} - 1\right)d_2 \end{cases}$	0,5p	**1p**
		0,5p	
TOTAL			**10p**

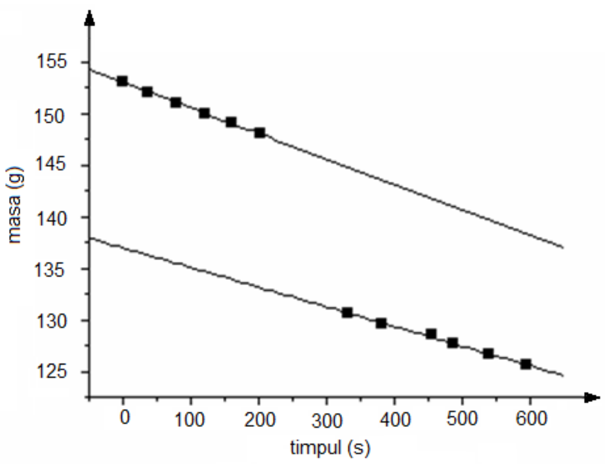
Barem de evaluare și de notare propuse de:

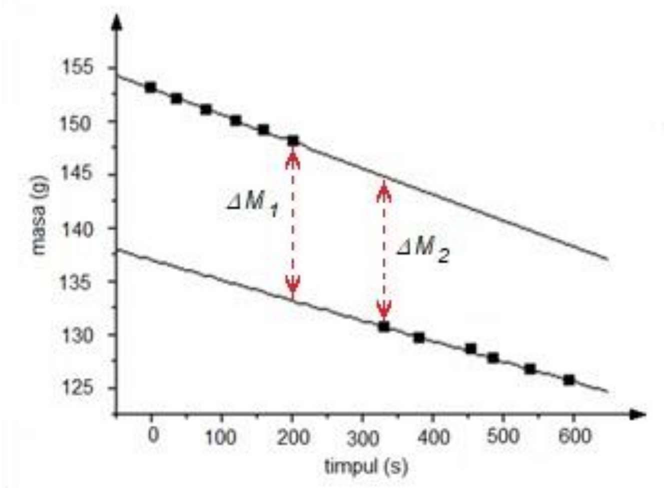
Prof. dr. DOBROTĂ Costin-Ionuț, *Colegiul Național „Dimitrie Cantemir”, Onești*

Barem Subiectul II

Nr. item	Subiectul II A		Punctaj
a.		1,2p	**3,0p**
	Expresia volumului ocupat de azotului gazos în starea inițială $V_{II,1}=\dfrac{\nu RT_1}{p_1}$	0,1p	
	Expresia volumului ocupat de vaporii de apă din cilindru în starea inițială $V_{I,1}=\dfrac{\nu RT_1}{p_1}$	0,1p	
	Expresia volumul total ocupat de azotul gazos și de vaporii de apă din cilindru, în starea inițială $V_{I,1}+V_{II,1}=V_0$ $V_0=2\dfrac{\nu RT_1}{p_1}$	0,2p	
	Schița graficului $p=p(V)$  Parametrii de stare relevanți pentru sistemul analizat $E\left(p_1,V_0\right)$, $F\left(2p_1,\dfrac{V_0}{2}\right)$, $G\left(2p_1,\dfrac{V_0}{4}\right)$, $H\left(4p_1,\dfrac{V_0}{8}\right)$	1,4p	
b.	*Exemplu de răspuns:* Într-o primă etapă, deplasarea pistonului determină comprimarea cvasistatică, izotermă atât a azotului gazos din compartimentul al II-lea, cât si a vaporilor de apă din compartimentul I. Aceste două comprimări izoterme se realizează fiecare de la volumul $V_0/2$ și presiunea p_1, la volumul $V_0/4$ și presiunea $2p_1$. Expresia lucrul mecanic total L_1 efectuat de piston în această primă etapă a comprimării $L_{1,\,piston}=-2\nu\cdot R\cdot T_1\cdot\ln\dfrac{(V_0/4)}{(V_0/2)}$ $L_{1,\,piston}=2\nu\cdot R\cdot T_1\cdot\ln 2$	1,0p	**3,5p**

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

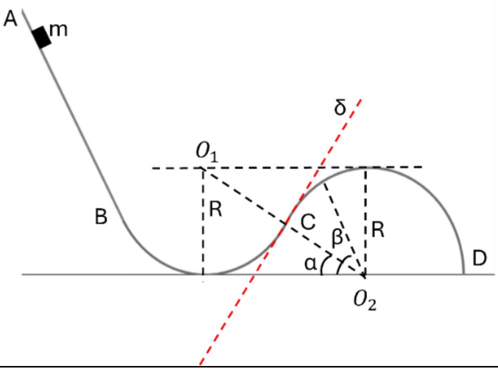
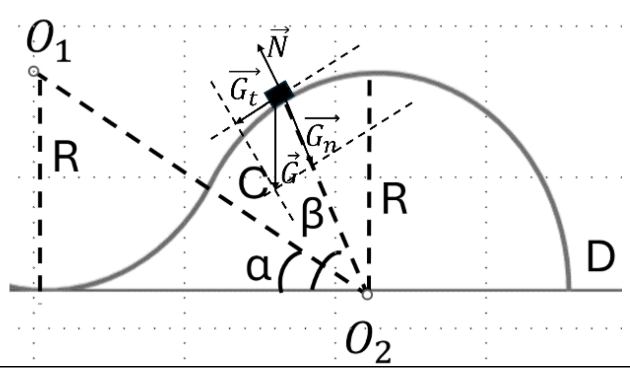
	Exemplu de răspuns: În procesul de comprimare cvasistatică, izotermă la temperatura $T_1 = 373K$, atunci când presiunea din compartimentul din stânga devine $p_{I,1} = 2p_1$ (adică $p_{I,1} = 1atm$), vaporii de apă încep să se condenseze. Pe parcursul condensării vaporilor de apă, pistonul efectuează lucru mecanic asupra sistemului, determinând o comprimare a sistemului la presiunea constantă $2p_1$, de la volumul total $\frac{V_0}{4}+\frac{V_0}{4}=\frac{V_0}{2}$ până, respectiv, la volumul total $\frac{V_0}{4}$. Expresia lucrul mecanic efectuat de piston în acest proces $L_{2,\,piston} = 2p_1 \cdot \left(\frac{V_0}{2}-\frac{V_0}{4}\right)$ $\quad$ $L_{2,\,piston} = \nu \cdot R \cdot T_1$	1,0p	
	Exemplu de răspuns: Ultima etapă a comprimării cvasistatice și izoterme determină numai o modificare a presiunii și volumului azotului gazos din compartimentul al II-lea. Acesta evoluează de la volumul $\frac{V_0}{4}$ și presiunea $2p_1$, respectiv la volumul $\frac{V_0}{8}$ și presiunea $4p_1$. Expresia lucrul mecanic $L_{3,\,piston}$ efectuat de piston în acest proces $L_{3,\,piston} = -\nu \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln\frac{(V_0/8)}{(V_0/4)}$ $\quad$ $L_{3,\,piston} = \nu \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln 2$	1,0p	
	Expresia lucrului mecanic total efectuat de piston $L = L_{1,\,piston} + L_{2,\,piston} + L_{3,\,piston}$ $\quad$ $L = \nu \cdot R \cdot T_1 \cdot (1+3\ln 2)$	0,3p	
	Valoarea lucrului mecanic total efectuat de piston $L = 9{,}55 \cdot 10^3\, J$	0,2p	
Nr. item	***Subiectul II B***		***Punctaj***
a.	Reprezentarea grafică a dependenței $m = m(t)$ *Punctele experimentale se dispun pe două drepte distincte, de pante aproximativ egale.* *Saltul apărut între cele două porțiuni ale dependenței $m = m(t)$ apare la introducerea barei de metal în vas.* *Vaporizarea unei mase de azot lichid într-un interval scurt de timp se datorează căldurii cedate de bara de metal, care se răcește de la temperatura camerei la temperatura azotului lichid din vas.* 	1,0p	**1,0p**

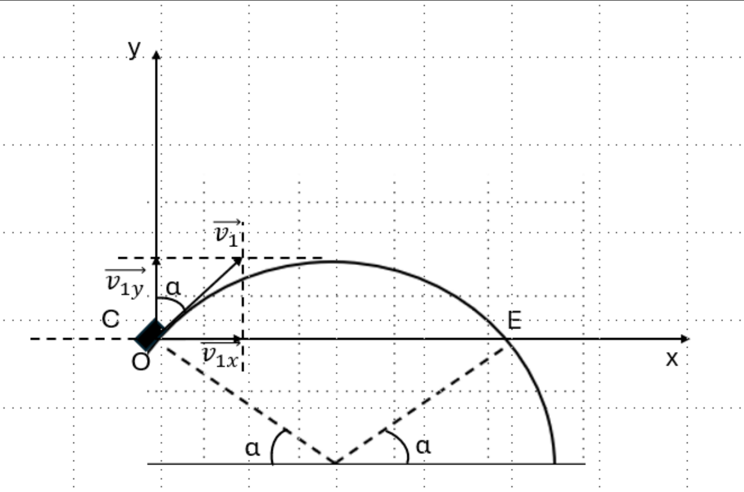
<table>
<tr><td rowspan="3">b.</td><td>Expresia cantității de căldură primită de masa ΔM de azot, care se vaporizează la introducerea barei de metal în vas
$Q_p = \Delta M \cdot \lambda_{vaporizare}$</td><td>0,2p</td><td rowspan="3">2,5p</td></tr>
<tr><td>Estimarea pe baza reprezentării grafice $m = m(t)$ a masei ΔM de azot vaporizată, ca urmare a introducerii barei de metal în vasul cu azot lichid


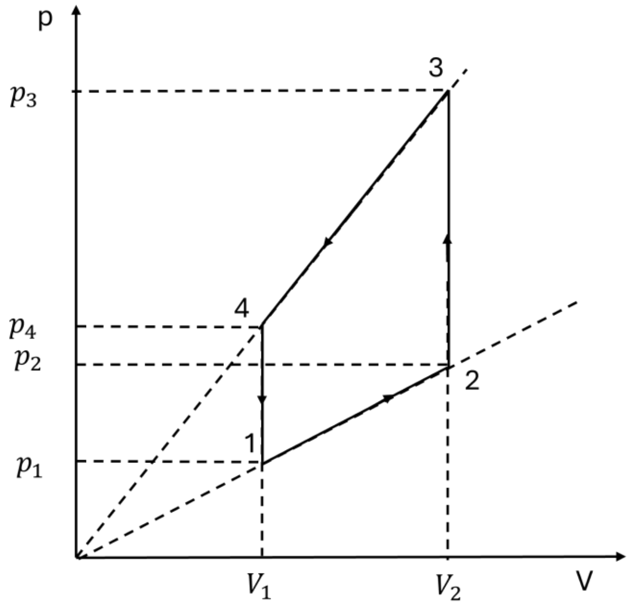
Exemplu de răspuns:
Primele șase seturi de date experimentale descriu evoluția sistemului în situația în care vasul cu azot lichid - în care nu a fost încă introdusă bara de metal - primește căldură de la mediu, datorită izolației sale termice imperfecte.
Temperatura în vas, invariabilă, este tot timpul egală cu temperatura azotului lichid, iar temperatura din exteriorul vasului este temperatura camerei de asemenea constantă. Întrucât proprietățile calorice ale sistemului nu variază semnificativ, viteza de variație a masei de azot este constantă și deci panta locală a dependenței $m = m(t)$ este constantă.
Ultimele șase seturi de date experimentale exprimă același tip de evoluție a sistemului pentru care azotul se vaporizează cu viteză constantă, pentru a compensa intrările de căldură datorate imperfecțiunii izolației termice a vasului (care de data aceasta conține și bucata de metal).
Din reprezentarea grafică $m = m(t)$ se estimează că $\Delta M_1 \approx 15g$ și $\Delta M_2 \approx 14g$ .Masa de azot vaporizată, ca urmare a introducerii barei de metal în vasul cu azot lichid poate fi aproximată prin $\Delta M = \frac{\Delta M_1 + \Delta M_2}{2}$
$\Delta M \approx 14{,}5g$</td><td>0,4p</td></tr>
<tr><td>Estimarea ariei suprafeței delimitate de curba dependenței $c = c(T)$, de axa c=0 și de ordonatele corespunzătoare temperaturilor $T_{vap} = 77K$ și $T_{aer} = 300K$
Exemplu de răspuns: $A_{estim} \approx 155 J/g$</td><td>1,0p</td></tr>
</table>

	Estimarea modulului căldurii cedate de bara de metal, prin răcirea de la temperatura aerului din laborator la temperatura de vaporizare a azotului lichid $\frac{\lvert Q_c \rvert}{m_{bara}} = A_{estim}$ $\lvert Q_c \rvert = m_{bara} \cdot A_{estim}$ $\lvert Q_c \rvert \approx (18{,}8g) \cdot (155\ J/g)$ $\lvert Q_c \rvert \approx 2914J$	0,4p	
	$\lvert Q_c \rvert = Q_p$ $m_{bara} \cdot A_{estim} = \Delta M \cdot \lambda_{vaporizare}$	0,2	
	Estimarea valorii căldurii latente specifice de vaporizare a azotului $\lambda_{vaporizare} \approx 2 \cdot 10^5 J/kg$	0,3p	
TOTAL			**10p**

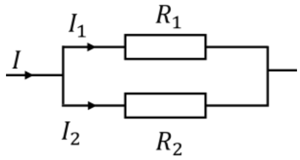
Prof. Dr. Delia DAVIDESCU

Barem subiectul III		**Punctaj**
		10 p
A.		**5 p**
a.		**3p**
		
Deoarece dreapta δ este tangentă în punctul C atât la arcul de cerc BC cât și la arcul CD rezultă că punctele O_1, C și O_2 sunt coliniare și că unghiul $\alpha = 30°$.	0,2p	
Corpul cu masa m se poate desprinde de traseu numai după trecerea prin punctul C.	0,3p	
Fie poziția intermediară corespunzătoare unghiului β. În acest caz: $F_{cp} = G_n - N$	0.3p	
$\frac{mv^2}{R} = mgsin\beta - N$	0,5p	
Condiția de desprindere este: $N \leq 0$ deci, la limită $\frac{mv^2}{R} = mgsin\beta$.	0,5p	
Înălțimea de la care trebuie eliberat corpul pentru a se desprinde în această poziție este dată de relația: $mgh = \frac{mv^2}{2} + mgRsin\beta$	0,5p	
		
Rezultă că $h = \frac{3R}{2} sin\beta$.	0,2p	

Înălțimea de la care este eliberat corpul este minimă atunci când $sin\beta$ este minim, deci când $\beta = \alpha$.	0,3p	
$h_{min} = \frac{3R}{4}$	0,2p	
Soluție alternativă pentru justificarea desprinderii în punctul C: Condiția de desprindere se găsește din relația: $\frac{mv^2}{R} - mgsin\beta = N$ punând condiția $N = 0$. Este evident că în punctul C viteza este maximă iar unghiul β este minim, deci desprinderea va avea loc în punctul C.		
b)		**2p**
		
Corpul se desprinde de semicilindru în punctul C și îl lovește din nou în punctul E care se află la aceeași înălțime. Legea de mișcare pe verticală: $0 = v_1 t cos\alpha - \frac{1}{2} g t^2$	0,2p	
Iar pe orizontală: $2Rcos\alpha = v_1 t sin\alpha$	0,2p	
Din prima ecuație găsim timpul de zbor este: $t = \frac{2v_1 cos\alpha}{g}$	0,2p	
Înlocuind în a doua ecuație se obține: $v_1^2 = \frac{Rg}{sin\alpha}$.	0,5p	
Din legea de conservare a energiei se obține: $mgh_1 = \frac{mv_1^2}{2} + mgRsin\alpha$	0,6p	
$h_1 = \frac{3R}{2}$.	0,3p	

B.		**4p**
a.		**3,5p**
		
$Q_{1-2} = \nu(C_v + \frac{R}{2})(T_2 - T_1) > 0$	0,4p	
$Q_{2-3} = \nu C_v(T_3 - T_2) > 0$	0,2p	
$Q_{3-4} = \nu(C_v + \frac{R}{2})(T_4 - T_3) < 0$	0,4p	
$Q_{4-1} = \nu C_v(T_1 - T_4) < 0$	0,2p	
$Q_{cedat} = Q_{3-4} + Q_{4-1}$	0,3p	
$Q_{cedat} = -\frac{17\nu RT_1}{2}$	0,5p	
$Q_{primit} = Q_{1-2} + Q_{2-3}$	0,3p	
$Q_{primit} = 8\nu RT_1$	0,5p	
$\varepsilon = \frac{\lvert Q_{cedat}\rvert}{\lvert L\rvert} = \frac{\lvert Q_{cedat}\rvert}{\lvert Q_{cedat}\rvert - Q_{primit}}$	0,5p	
Valoarea eficienței pompei de căldură este: ε =17	0,2p	
b.		**0,5p**
$\lvert L\rvert = \frac{\lvert Q_{cedat}\rvert}{\varepsilon}$	0,3p	
$L = -20$ kJ	0,2p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

C.		1p
		
$P = P_1 + P_2$ $P = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2$	0,2p	
$I = I_1 + I_2$ $P = I_2^2(R_1 + R_2) - 2II_2R_1 + I^2R_1$ *Soluție posibilă:* Ne propunem să găsim valoarea intensității curentului I_2 pentru care în sistem este disipată puterea P. Se obține ecuația: $(R_1 + R_2)I_2^2 - 2IR_1I_2 + I^2R_1 - P = 0$ Din condiția de existență a soluțiilor reale: $(2IR_1)^2 - 4(I^2R_1 - P)(R_1 + R_2) \geq 0$ Se obține: $P_{minim} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}I^2$ Notă: Se punctează orice soluție care impune condiția de minim pentru puterea disipată pe gruparea de rezistoare.	0,5p	
Acestei valori a puterii îi corespund curenții: $I_2 = I\frac{R_1}{R_1+R_2}$ și $I_1 = I\frac{R_2}{R_1+R_2}$. Rezultă că: $I_1R_1 = I_2R_2$, în conformitate cu legea a doua a lui Kirchhoff.	0,3p	

Barem propus de:

Prof. PAVĂL Cristina, Colegiul Național „Sfântul Sava”, București
Prof. SOLSCHI Viorel, Colegiul Național „Mihai Eminescu”, Satu Mare