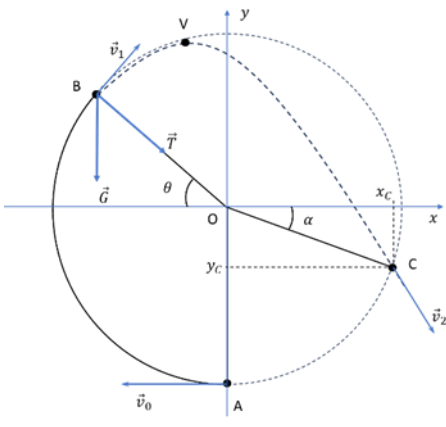
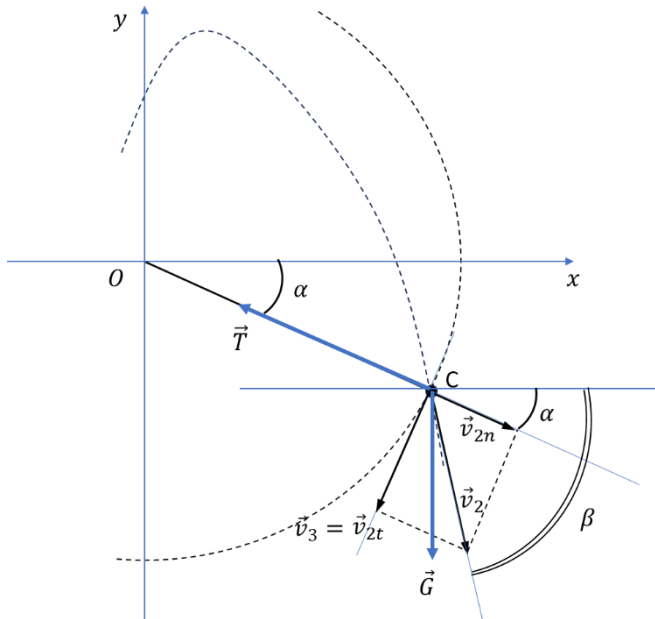


BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

	Parțial	Punctaj
Barem subiectul I: Sistem buclucaș		10 p
a)		
		3p
În B: $T + mg \sin \theta = \frac{mv_1^2}{l}$	0,6p	
Din condiția ca firul să slăbească $T = 0N$, $v_1^2 = gl \sin \theta$	0,4p	
Din legea de conservare a energiei mecanice $\frac{mv_1^2}{2} + mgl(1 + \sin \theta) = \frac{mv_0^2}{2}$ rezultă că $\sin \theta = \frac{2}{3gl} \left(\frac{v_0^2}{2} - gl \right)$, $\sin \theta \cong 0,81$ ($\cos \theta \cong 0,59$)	0,6p	
Atunci $v_1^2 = gl \sin \theta$, de unde $v_1 = 2,0$ m/s	0,4p	
Din legea conservării energiei mecanice între A și V rezultă: $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_{1x}^2}{2} + mgH$, unde $v_{1x} = v_1 \sin \theta$	0,6p	
De aici $H = \frac{v_0^2 - v_1^2 \sin^2 \theta}{2g}$, $H \cong 0,97m$	0,4p	
b) Bila se deplasează pe o traiectorie parabolică BC, până când intră din nou pe traiectoria circulară de rază $R = l$.		
Legile de mișcare pe traiectoria parabolică: $\begin{cases} x(t) = x_B + v_{1x}t \\ y(t) = y_B + v_{1y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$	1,p	
unde $\begin{cases} x_B = -l \cos \theta, v_{1x} = v_1 \sin \theta \\ y_B = l \sin \theta, v_{1y} = v_1 \cos \theta \end{cases}$		
Condiția de reintrare pe cerc $x_C^2 + y_C^2 = l^2$	0,4p	3p
De aici: $l^2 \cos^2 \theta + v_1^2 t_1^2 \sin^2 \theta - 2lv_1 t_1 \sin \theta \cos \theta + l^2 \sin^2 \theta + v_1^2 t_1^2 \cos^2 \theta + \frac{1}{4}g^2 t_1^4 + 2lv_1 t_1 \sin \theta \cos \theta - lgt_1^2 \sin \theta - v_1gt_1^3 \cos \theta = l^2$, de unde rezultă că $t_1 = 4 \frac{v_1}{g} \cos \theta$, $t_1 \cong 0,48s$.	1,6p	

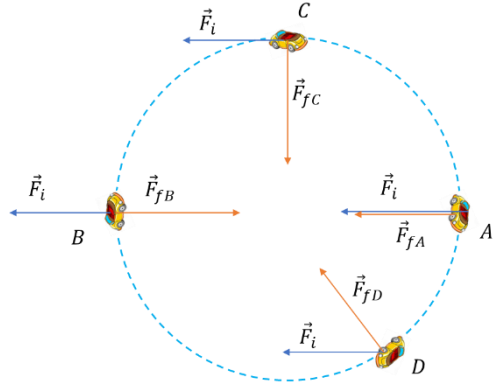
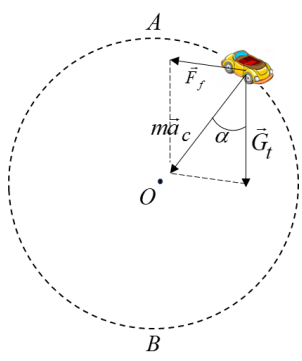
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

<p>c) Firul este din nou întins în punctul C, care are coordonatele</p> $\begin{cases} x_C = -l \cos \theta + v_1 t_1 \sin \theta \\ y_C = l \sin \theta + v_1 t_1 \cos \theta - \frac{1}{2} g t_1^2, \text{ de unde } \begin{cases} x_C = l \cos \theta (4 \sin^2 \theta - 1) \\ y_C = l \sin \theta (1 - 4 \cos^2 \theta) \end{cases} \end{cases}$ <p>și în final $x_C \cong 0,47\text{m}$ și $y_C \cong -0,16\text{m}$.</p>	0,6p	1p
<p>Din desen se constată: $\tan \alpha = \frac{ y_C }{x_C}$, $\tan \alpha = \frac{4 \cos^2 \theta - 1}{4 \sin^2 \theta - 1} \tan \theta$. $\tan \alpha = 0,34$ ($\alpha \cong 19^\circ$)</p>	0,4p	
<p>d)</p> 		3p
<p>În momentul în care bila este în punctul C, firul este întins. Firul fiind inextensibil, componenta vitezei în C, pe direcția firului, \vec{v}_{2n} se anulează, în condițiile problemei, iar bila pleacă cu $\vec{v}_3 = \vec{v}_{3t}$, unde $\vec{v}_{3t} = \vec{v}_{2t}$; prin urmare $v_3 = v_2 \sin(\beta - \alpha)$.</p>	0,4p	
<p>Din conservarea energiei mecanice între punctele A și C, $\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} + mgh_C$, unde $h_C = l - y_C$, $h_C = 0,34\text{ m}$ rezultă că $v_2 = \sqrt{v_0^2 - 2gh_C}$, $v_2 \cong 3,9\text{m/s}$.</p>	1p	
<p>$\cos \beta = \frac{v_1 \sin \theta}{v_2}$, $\cos \beta = 0,41$, deci $\beta \approx 66^\circ$, prin urmare $v_3 \cong 2,9\text{ m/s}$.</p>	0,6p	
<p>Din teorema de variație a impulsului rezultă că $(\vec{T}_r + \vec{G})\Delta t = \Delta \vec{p}$, iar pe direcția radială (a firului), $(T_r - mg \sin \alpha)\Delta t = mv_2 \cos(\beta - \alpha)$ de unde $\Delta t = \frac{v_2 \cos(\beta - \alpha)}{g(6 - \sin \alpha)}$, $\Delta t \cong 50\text{ ms}$</p>	1p	

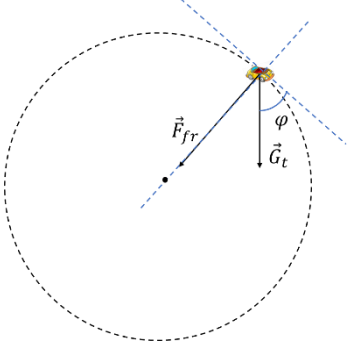
1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

	Parțial	Punctaj
Barem subiectul II: <i>Mașinuța rebelă</i>		10 p
a) Din condiția $\frac{mv^2}{r} \leq \mu mg$, rezultă că $v_{max} = \sqrt{\mu rg}$	0,6p	0,6p
b) <div style="text-align: center;">  </div>		2 p
$\vec{F}_i + \vec{F}_f = \vec{F}_{cp}$	0,4p	
Pozițiile de interes sunt în A și B unde: $\frac{mv_A^2}{r} = \mu mg + ma$, respectiv $\frac{mv_B^2}{r} = \mu mg - ma$	0,8p	
În punctul B, valoarea vitezei este cea mai mare dintre cele care pot menține mașinuța pe traiectoria circulară, fără să alunece. Atunci, viteza maximă cu care mașinuța poate descrie traiectoria circulară fără să alunece este $v_B = \sqrt{r(\mu g - a)}$ (viteza maximă cerută).	0,8p	
c) varianta 1 <div style="text-align: center;">  </div>		4p
Asupra mașinuței acționează, în decursul mișcării, forța de frecare, greutatea și reacțiunea normală. $m\vec{a}_c = \vec{G} + \vec{F}_f + \vec{N}$	0,4p	
În punctul superior al traiectoriei (A) din planul mișcării: $m\vec{a}_c = G_t + F_{fA}$	0,6p	
În punctul inferior al traiectoriei (B): $m\vec{a}_c = F_{fB} - G_t$	0,6p	
Forța de frecare maximă este: $F_f = \mu N$, unde $N = mg \cos \theta$.	0,6p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

<p>Forța centripetă își păstrează modulul, dar își schimbă orientarea, componenta tangențială a greutății are mereu aceeași orientare și același modul. Forța de frecare își schimbă atât orientarea, cât și modulul.</p> <p>Accelerația centripetă a mașinuței este: $a_c = \frac{v^2}{r}$</p> <p>Se observă că forța de frecare maximă care acționează asupra mașinuței este în punctul B: $F_{fB} = F_f, F_{fB} = ma_c + G_t$</p>	0,8p	
<p>Pentru ca timpul de mișcare să fie minim, mașinuța trebuie să se miște cu viteza maximă posibilă. Dacă viteza mașinuței este mai mare decât viteza maximă, forța de frecare nu mai este suficientă ca să-i asigure mașinuței o mișcare pe o traiectorie circulară.</p> <p>Viteza mașinuței trebuie să respecte inegalitatea:</p> $m \frac{v^2}{r} \leq \mu mg \cos \theta - mg \sin \theta$	0,8p	
<p>De unde obținem $v_{max} = \sqrt{gr(\mu \cos \theta - \sin \theta)}$</p>	0,2p	
<p>Prin urmare, timpul minim este: $t_{min} = \frac{2\pi r}{v_{max}}, t_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g(\mu \cos \theta - \sin \theta)}}$.</p>	0,6p	
<p>c) varianta 2</p> 		
<p>Pentru ca timpul de mișcare să fie minim, mașinuța trebuie să se miște cu viteza maximă posibilă. Din desen rezultă, pe direcția radială: $\frac{mv^2}{r} = F_f + mg \sin \theta \sin \varphi, F_f \leq \mu N$ pentru orice valoare a lui φ.</p>	1,6p	4p
$\frac{mv^2}{r} - mg \sin \theta \sin \varphi \leq F_{fr}$	0,4p	
<p>Forța de frecare statică maximă este $F_{fr} = \mu N, N = mg \cos \theta$ deci $F_{fr} = \mu mg \cos \theta$</p>	0,6p	
<p>atunci $v^2 \leq gr(\mu \cos \theta + \sin \theta \sin \varphi)$</p>	0,4p	
<p>Viteza maximă permisă pentru ca mașinuța să nu derapeze în niciun punct al traiectoriei, corespunde valorii $\varphi = 180^\circ$</p>	0,2p	
<p>anume $v_{max} = \sqrt{gr(\mu \cos \theta - \sin \theta)}$</p>	0,2p	
<p>Prin urmare, timpul minim este: $t_{min} = \frac{2\pi r}{v_{max}}, t_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{r}{g(\mu \cos \theta - \sin \theta)}}$.</p>	0,6p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

<p>d) varianta 1 În sistemul de referință neinertial, legat de planul înclinat, câmpul forțelor de inerție se suprapune peste câmpul gravitațional real, astfel încât câmpul gravitațional aparent are liniile de câmp orientate perpendicular pe suprafața planului înclinat. Accelerația gravitațională aparentă este:</p> $g_a = \sqrt{a^2 + g^2}, \quad g_a = g\sqrt{\tan^2\theta + 1}, \quad g_a = \frac{g}{\cos\theta}$	1,2p	3,4p
<p>Condiția de menținere pe traiectoria circulară este:</p> $F'_f \geq ma_c, \quad F'_f = \mu mg_a, \quad F'_f = \frac{\mu mg}{\cos\theta}$ $\frac{\mu mg}{\cos\theta} \geq \frac{mv'^2}{r}$	1,2p	
<p>De unde, rezultă viteza maximă a mașinuței</p> $v'_{max} = \sqrt{\frac{\mu gr}{\cos\theta}} \quad \text{Respectiv, timpul minim: } t'_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{r \cos\theta}{\mu g}}$	1p	
<p>d) varianta 2 În sistemul de referință neinertial, legat de planul înclinat, pe direcția normală la planul înclinat: $N = mg \cos\theta + m a \sin\theta$</p>	0,6p	3,4p
<p>Deoarece $a = g \tan\theta$, atunci $N = \frac{mg}{\cos\theta}$</p>	0,6p	
$F_f = \frac{mv^2}{r}, \quad F_f \leq \mu N,$	0,6p	
$v_{max} = \sqrt{\frac{\mu gr}{\cos\theta}}$	0,6p	
$t_{min} = \frac{2\pi r}{v_{max}}, \quad t_{min} = 2\pi \sqrt{\frac{r \cos\theta}{\mu g}}$	1p	

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

	Parțial	Punctaj
Barem subiectul III: Ciocniri variate		10 p
<p>a) Neglijarea lucrului mecanic al forței de frecare efectuat la deplasarea lansatorului pe durata destinderii resortului, permite aplicarea legilor de conservare ale impulsului total și energiei mecanice pentru sistemul lansator de proiectile + proiectil + resort comprimat. Aceste legi conduc la sistemul de ecuații:</p> $\begin{cases} M_1 v = m v_0 \\ \frac{M_1 v^2}{2} + \frac{m v_0^2}{2} = \frac{k(\Delta l)^2}{2} \end{cases}$	1,2p	2,8p
<p>Prin rezolvarea sistemului se obține:</p> $v_0 = \Delta l \sqrt{\frac{k \cdot M_1}{m(M_1 + m)}} - \text{viteza proiectilului lansat}$ $v_0 \cong 9,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	0,4p	
<p>Distanța parcursă de lansator până la oprire se poate calcula cu ecuația lui Galilei sau cu teorema de variație a energiei cinetice scrise pentru mișcarea lansatorului fără proiectil.</p> $d = \frac{v^2}{2\mu g},$ $v = \Delta l \sqrt{\frac{k \cdot m}{M_1(M_1 + m)}} - \text{viteza mișcării de recul a lansatorului}$ <p>Se obține: $d = \frac{km(\Delta l)^2}{2\mu g M_1(M_1 + m)}, d \cong 56 \text{cm}$</p>	1,2p	
<p>b) În starea “armat”, lansatorul de proiectile + proiectilul ce urmează a fi lansat, împreună cu centrul de masă al sistemului lansator de proiectile + proiectil, se află în stare de repaus. După acționarea declanșatorului, destinderea resortului are ca rezultat punerea în mișcare accelerată, în sensuri opuse, a lansatorului de proiectile și a proiectilului lansat (centrul de masă al sistemului rămâne în repaus). În ipoteza absenței frecărilor, la terminarea destinderii resortului, deplasările lansatorului (Δl_1) și a proiectilului (Δl_2) satisfac relațiile:</p> $\begin{cases} M_1 \Delta l_1 = m \Delta l_2 \\ \Delta l_1 + \Delta l_2 = \Delta l \end{cases}$ <p>Prin rezolvarea sistemului se obține: $\Delta l_1 = \frac{m}{M_1 + m} \Delta l$ și $\Delta l_2 = \frac{M_1}{M_1 + m} \Delta l$</p> <p>numeric: $\Delta l_1 = 0,010 \text{m}$, $\Delta l_2 = 0,090 \text{m}$.</p>	0,6p	1,4p
<p>Forța de frecare la alunecare ce acționează asupra sistemului lansator + proiectil pe durata destinderii resortului are mărimea:</p> $F_f = \mu(M_1 + m)g; F_f = 2,0 \text{N}$ <p>Lucrul mecanic al forței de frecare corespunzător deplasării sistemului lansator + proiectil este: $L_{F_f} = -\mu(M_1 + m)g\Delta l_1, L_{F_f} = -2,0 \cdot 10^{-2} \text{J}$.</p> <p>Căldura degajată prin frecare pe durata destinderii resortului este: $Q = -L_{F_f}, Q = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{J}$</p>	0,4p	

- Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
- Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

<p>Pe de altă parte, energia potențială a resortului deformat este:</p> $E_p = k \frac{(\Delta l)^2}{2}, E_p = 10 \text{ J}$ <p>Comparând căldura degajată prin frecare $Q = 2,0 \cdot 10^{-2} \text{ J}$ cu energia potențială $E_p = 10 \text{ J}$ rezultă: $Q/E_p = 2,0 \cdot 10^{-3} = 0,2\%$ (valoare foarte mică).</p>	0,2p	
<p>În consecință: $m \frac{v_0^2}{2} + M_1 \frac{v^2}{2} - k \frac{(\Delta l)^2}{2} = -\mu(M_1 + m)g\Delta l_1, \mu(M_1 + m)g\Delta l_1 \cong 0$ sau</p> $m \frac{v_0^2}{2} + M_1 \frac{v^2}{2} \cong k \frac{(\Delta l)^2}{2}$	0,2p	
<p>c) Mărimile componentelor \vec{v}_x și \vec{v}_y aferente vitezei proiectilului imediat înainte de ciocnirea țintei plasate în punctul C se obține rezolvând sistemul de ecuații corespunzătoare legilor de conservare a impulsului și a energiei mecanice pentru sistemul proiectil - platformă:</p> $\begin{cases} mv_0 = (M_2 + 2m)v_x \\ \frac{mv_0^2}{2} = \frac{(M_2 + 2m)v_x^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2} + mgr \end{cases}$	1,4p	
$v_x = \frac{mv_0}{M_2 + 2m}, v_x = \frac{m\Delta l}{M_2 + 2m} \sqrt{\frac{kM_1}{m(M_1 + m)}}, v_x \cong 2,37 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v_y = \sqrt{v_0^2 \frac{M_2 + m}{M_2 + 2m} - 2gr}, v_y = \sqrt{(\Delta l)^2 \frac{kM_1}{m(M_1 + m)} \frac{M_2 + m}{M_2 + 2m} - 2gr}, v_y \cong 8,10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	1,2p	3p
<p>În cazul ciocnirii perfect plastice proiectilul se mișcă împreună cu ținta. Datorită ciocnirii perfect plastice, componenta vitezei sistemului țintă + proiectil în direcția axei Oy, scade la jumătate din valoarea inițială v_y.</p> <p>Mărimile componentelor vitezei țintei și proiectilului sunt:</p> $v'_x = v_x = 2,37 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ și } v'_y = \frac{v_y}{2} \cong 4,05 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	0,4p	
<p>d) Imediat după desprinderea de platformă a corpului format din proiectil+țintă, platforma are masa egală cu M_2 și se deplasează cu viteza v'_x spre vagonetul de masă m_x aflat în stare de repaus, pe care îl ciocnește perfect elastic.</p> <p>Viteza vagonetului după ciocnirea perfect elastică este dată de relația:</p> $u_2 = 2 \frac{M_2 v'_x}{M_2 + m_x}$ <p>Durata de mișcare a țintei până la căderea în vagonet este:</p> $\Delta t = 2 \cdot t_u, \Delta t = 2 \cdot \frac{v'_y}{g}$ <p>Bătaia aruncării corespunzătoare corpului țintă lansat de pe platformă este:</p> $x_b = v'_x \cdot \Delta t, x_b = 2 \cdot \frac{v'_x v'_y}{g}, x_b \cong 1,92 \text{ m}$	0,8p	1,6p

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.

BAREM DE EVALUARE ȘI NOTARE

<p>Pentru a cădea în vagonet viteza acestuia trebuie să satisfacă condițiile:</p> $\begin{cases} u_2 \cdot \Delta t + L \geq x_b \\ u_2 \cdot \Delta t \leq x_b \end{cases} . \text{ Se obține: } \begin{cases} m_{x\max} = M_2 \left(\frac{x_b + L}{x_b - L} \right), \text{ numeric: } \begin{cases} m_{x\max} \cong 0,49\text{kg} \\ m_{x\min} = 0,40\text{kg} \end{cases} \\ m_{x\min} = M_2 \end{cases}$	<p>0,8p</p>	
<p>e) Căderea corpului în vagonet reprezintă o ciocnire perfect plastică. Înainte de ciocnire, corpul format din proiectil + țintă lansat din punctul C are masa $2m$ și componenta orizontală a vitezei v_x, iar vagonetul are masa m_x și viteza dată de relația :</p> $u_2 = 2 \frac{M_2 \cdot v_x}{M_2 + m_x} .$ <p>Viteza vagonetului după ciocnire este:</p> $u'_2 = \frac{2m \cdot v_x + m_x \cdot u_2}{2m + m_x} .$	<p>0,8p</p>	<p>1,2p</p>
<p>Pentru $m_{x\max} = 0,49\text{kg}$ și $v_x = 2,37 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ rezultă:</p> $u_2 = 2,13 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ și } u'_2 = 2,24 \frac{\text{m}}{\text{s}} .$ <p>Pentru $m_{x\min} = 0,40\text{kg}$ și $v_x = 2,37 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ se obține:</p> $u_2 = 2,37 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ și } u'_2 = 2,37 \frac{\text{m}}{\text{s}} .$	<p>0,4p</p>	

Baremele au fost propuse de:

prof. Constantin GAVRILĂ, Colegiul Național "Sfântul Sava", București

prof. drd. Vitalie LUNGU, Colegiul Național "Emil Racoviță", Iași

prof. dr. Leonaș DUMITRAȘCU, Liceul Teoretic "Mihail Kogălniceanu", Vaslui

prof. dr. Daniel LAZĂR, Colegiul Național "Iancu de Hunedoara", Hunedoara

1. Orice rezolvare corectă ce ajunge la rezultatul final va primi punctajul maxim pe itemul respectiv.
2. Orice rezolvare corectă, dar care nu ajunge la rezultatul final, va fi punctată corespunzător, proporțional cu ponderea ideilor corecte din rezolvarea elevului.